

一按就暗的秘密：關燈遊戲的“暗”藏策略

研究者:鞠可薇、沈品嫻

指導老師:林佑杰

摘要

我們原先想研究「關燈遊戲」這個益智遊戲，關燈遊戲的規則是：當你點擊其中一個格子時，該格子的上下左右會做出反應(亮格變暗格；暗格變亮格)，要讓矩形中所有格子皆變為暗格則能通關，但因為關燈遊戲已經有其他人做過相關研究，所以我們決定研究一款由關燈遊戲所延伸的遊戲，名叫「Lights out」，這個遊戲的規則和關燈遊戲相同，但是它從全部亮燈變為隨機亮燈，玩家需要把亮燈變暗，我們希望透過窮舉的方式，找出Lights out的策略，而研究後我們發現有一個策略可以解開 $2 \times n$ 大小的Lights out，除此之外，我們將各種圖版大小的Lights out解題過之後，再將有解的Lights out做成題目小書來讓大家遊玩。

第壹章 緒論

一、研究動機

我們之前在網路上發現了關燈遊戲，我們覺得這是一個很酷的遊戲，然後因為試完之後覺得很好玩，想了解更多這個遊戲，因此決定了這個主題，

二、研究目的

- (一)找出關燈遊戲的策略
- (二)延伸關燈遊戲—Lights out，並找出解題策略
- (三)將Lights out 遊戲做成題本

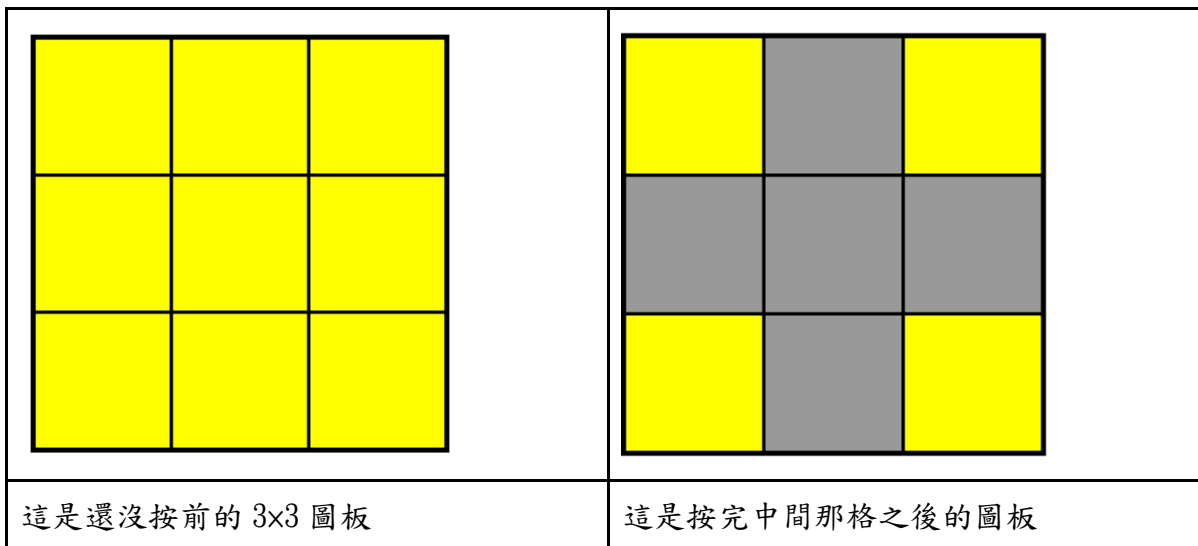
三、研究問題

- (一)如何找出關燈遊戲的策略？
- (二)如何找出Lights out 策略？
- (三)題本題目要如何分類難度？

第貳章 文獻探討

一、關燈遊戲

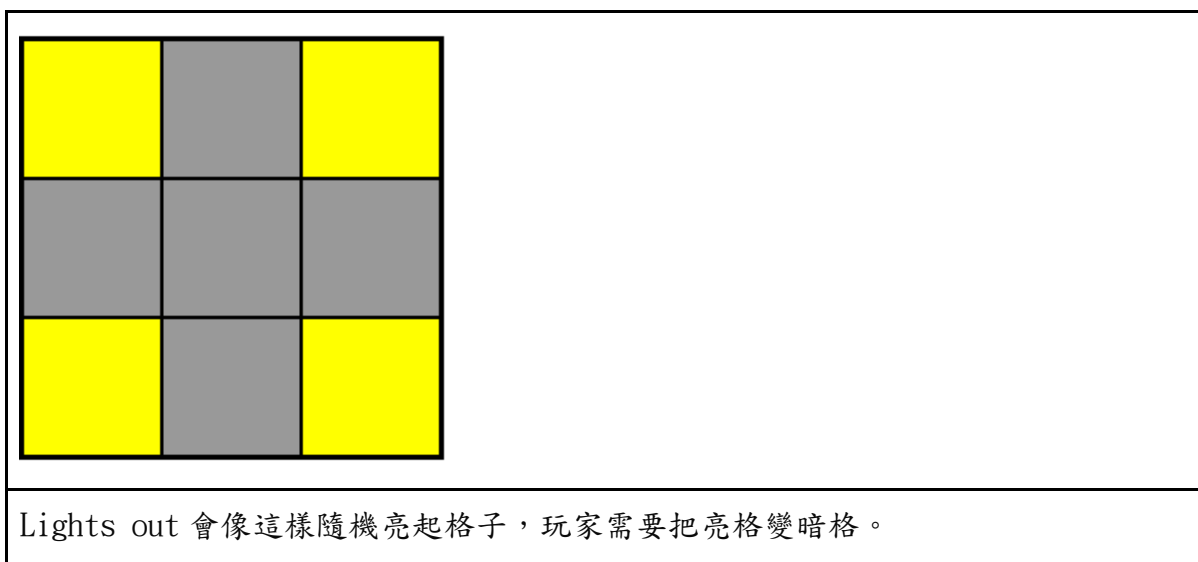
關燈遊戲是一種益智遊戲，它的遊戲版面是由許多正方形板塊組成一個大正方形，遊戲板塊大小有 $3 \times 3 \sim 30 \times 30$ 的正方形，玩家的遊戲目標是將遊戲板塊上亮的燈全數關閉，而當玩家點擊方塊時，該方塊與它的上下左右都會關閉，但如果玩家又點擊一次，方塊則會亮燈。



二、Lights out 介紹

Lights out 目標是透過點擊格子來關掉所有亮的格子，格子會隨機亮起，每次點擊都會切換該格子以及其上下左右相鄰格子的燈光狀態（亮燈會變暗，暗燈會變亮），遊戲通常以不同難度的關卡呈現，從簡單的網格開始，逐漸增加複雜度。

範例：

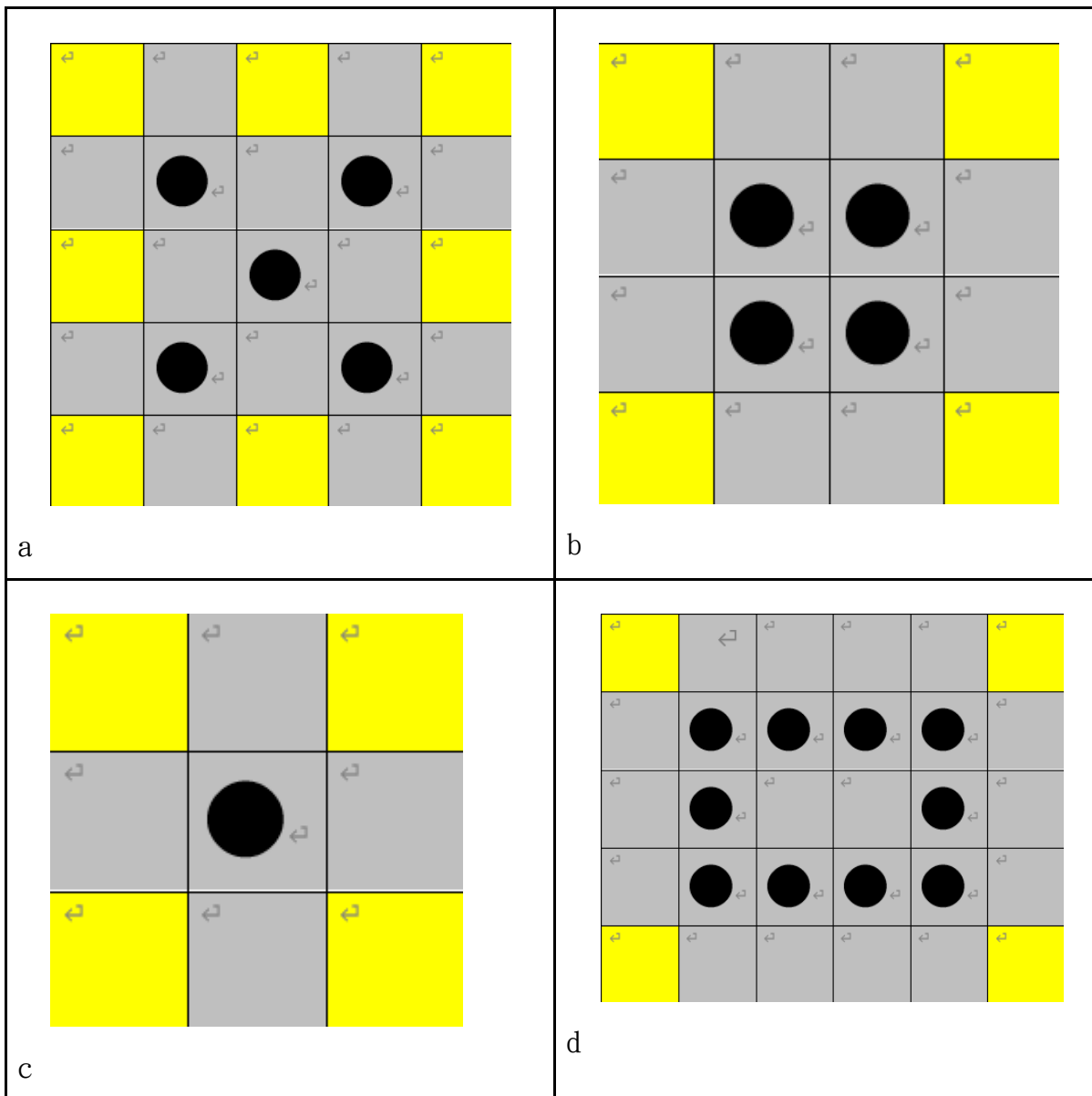


三、輕鬆解有趣的益智遊戲「點燈」－關燈遊戲攻略

依據「輕鬆解有趣的益智遊戲『點燈』」裡的內容，提到解開關燈遊戲可以使用拼圖法，它是透過把遊戲目標圖板切分成許多塊拼圖，拼圖指的是最基礎的關燈方法，也是固定的圖案，而當關燈遊戲目標圖板格數變多時，所需的拼圖可能也會隨之增加，但是就算刪除沒有找出所有的基礎關燈法，也可以用較簡單的基礎關燈法拼湊成較大的拼圖。

要在關燈遊戲上做出拼圖法，需要先將遊戲圖板切割，切成基礎關燈法的形狀，再依照基礎關燈法要按的地方按下去，就可以成功。

拼圖法的優點在於除了 5x11 的圖板之外，全部的圖形都有一定的規律，也同時會對稱。



a、b、c、d 都是關燈遊戲最基礎的拼圖，把它們拼起來就可以變成更大的拼圖的解
 例如：將 a 和 c 結合起來可以解出 3x5 的關燈遊戲。

這篇研究中也有提出另一個策略，因為每一個格子都會被上下左右的格子影響，所以只要將第一排的格子亮暗固定，就可以按照亮的順序一一往下解了。

第參章 研究方法與設計

研究方法

我們一開始是打開了一個名為關燈遊戲的益智遊戲，準備要開始解謎，起初，我們沒有目標的亂點，後來我們發現這樣不行，所以決定要透過找文獻，找出一個策略，並想辦法把 1x1 到 5x5 解出來，但經過文獻我們發現已經有人做過了，後來我們找到一個名叫 Lights out 的遊戲，它是以關燈遊戲為基礎，把遊戲畫面變成隨機亮燈，通關方法也是透過把所有的燈關掉來破關，我們希望在這個遊戲裡面找到可以快速破關的方法，為了達到目的，我們把研究分成許多步驟。

研究一：窮舉 Lights out 和找解

1. 將 2x2、3x3、2x3 和 2x4 圖板的 Lights out 所有題目窮舉。
2. 將所有窮舉的題目嘗試解題，看是否有解。

研究二：解題策略

1. 透過觀察 2x2、3x3、2x3 和 2x4 圖板的 Lights out 的解，尋找關聯與解題策略。

研究三：製作題目小書

1. 將有解的題目依難度分類。
2. 按照按的次數分難度，按 1. 2. 3 次能解開為簡單，按 4. 5 次能解開為中等，按 6. 7. 8 次能解開為困難。
3. 將題目放進 canva 製作的題目小冊中，並加入遊戲規則。
4. 將題目小書印製。

第肆章 研究結果與討論

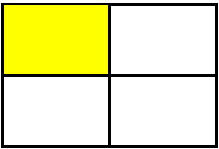
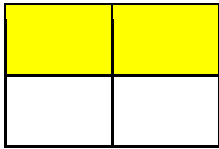
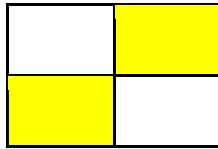
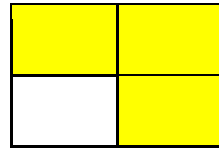
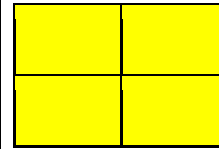
研究一：窮舉 Lights out 和找解

我們分別把 Lights out 分成 2x2、3x3、2x3 和 2x4 的圖板來窮舉找解。
並依照由左至右、由上至下的規則來進行編號，以 3x3 為例：

1	2	3
4	5	6
7	8	9

若能找到其解，則在表格上方填寫上需要按下的格子編號，若找不到解則填寫上*。

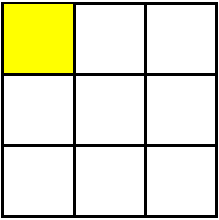
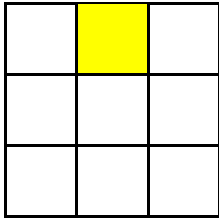
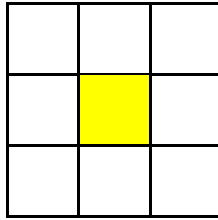
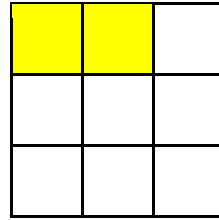
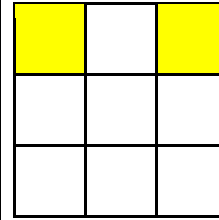
一、2x2 Lights out

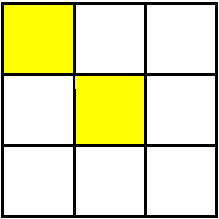
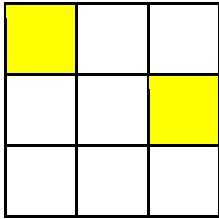
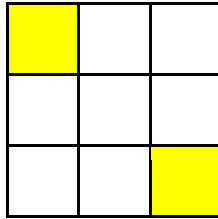
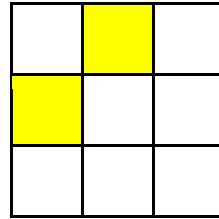
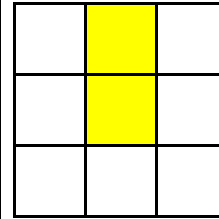
0 123	0 34	0 23	0 3	0 1234
				

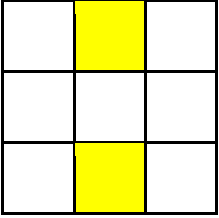
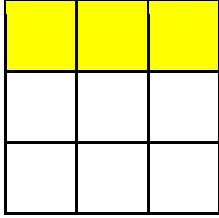
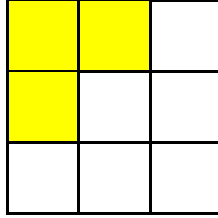
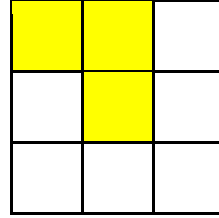
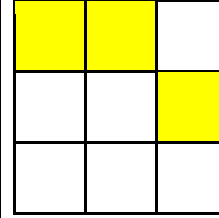
結果：

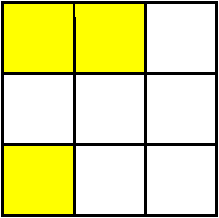
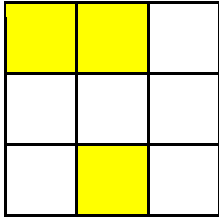
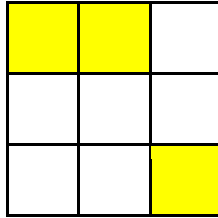
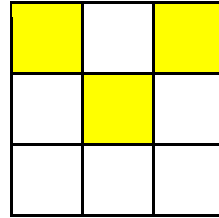
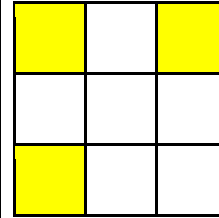
1. 我們發現 2x2 的題目全部都有解。
2. 我們發現第四個圖可以直接看出解。
3. 我們照著圖上亮燈的地方按過一遍，發現了其他的解。

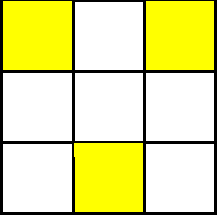
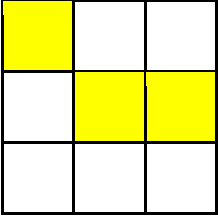
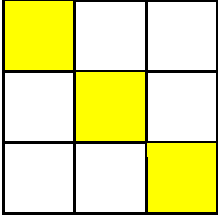
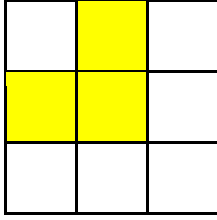
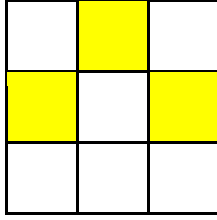
二、3x3 Lights out

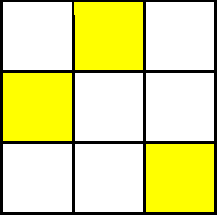
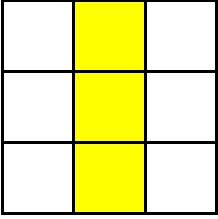
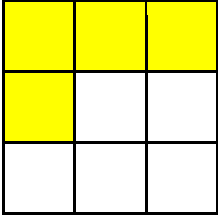
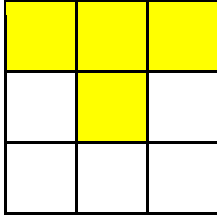
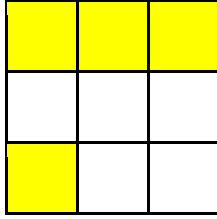
0 13678	0 5789	0 24568	0 13569	0 4679
				

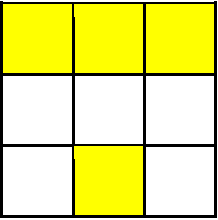
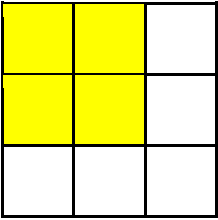
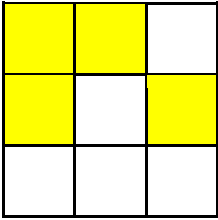
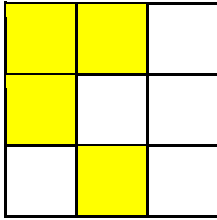
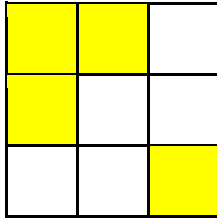
0 123457	0 34568	*	*	0 24679
				

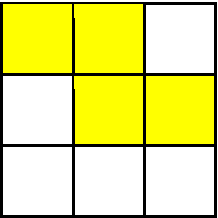
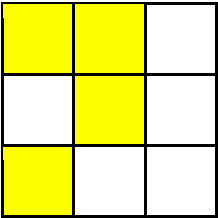
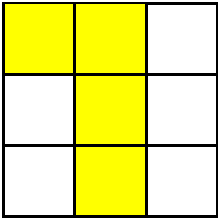
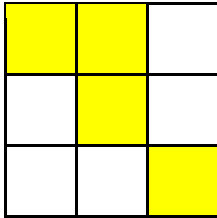
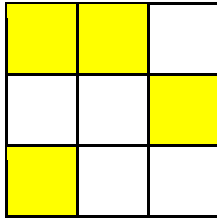
0 456	0 4568	0 1	*	*
				

0 2537	0 269	0 123467	*	0 236
				

0	*	0 195	0 23457	0
				

0 24689	0 1345679	*	0 2	*.
				

*	0 124568	*	0 235	*
				

*	*	0 4589	*	*
				

*	0 26	0 17	0 459	0 3746

*	*	0 1379	0 123	0 35

0 2468	0 123456789	*	0 789	0 5

*	0 36789	*	*	*

*	*	*	0 3589	*

*	0 128	0 245	*	0 1349

0 2346789	0 2456789	*	0 123579	0 14578

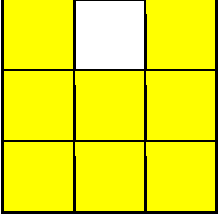
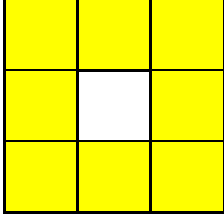
0 46	*	*	*	0 37

*	0 246	*	*	*

*	0	*	0 24578	0 3579

0 1346789	0 258	*	*	*

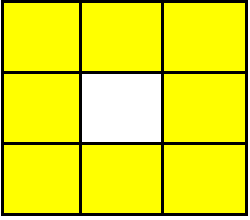
*	*	*	0 34	*

0 138	0 12346789
	

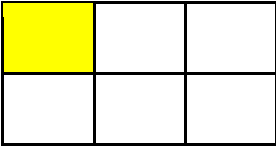
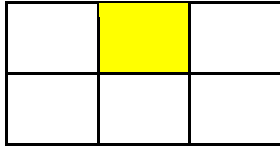
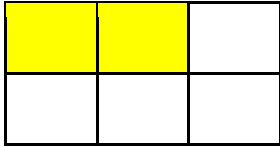
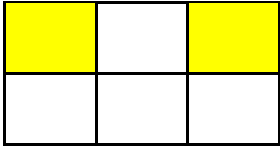
結果：

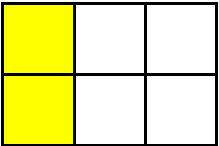
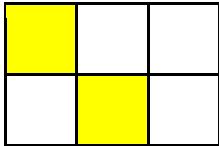
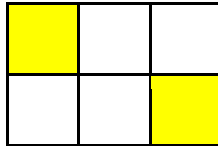
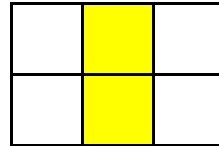
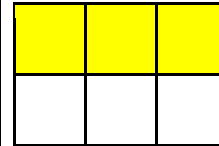
1. 3x3 沒有全部都有解。
2. 我們一開始是按下後會關掉最多格子的開始，但我們發現很難解開全部。

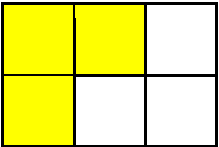
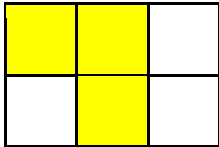
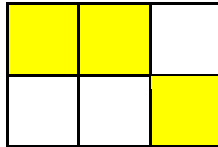
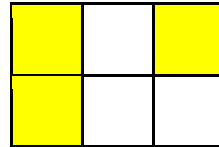
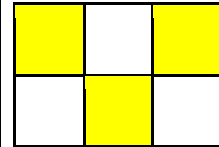
例如：

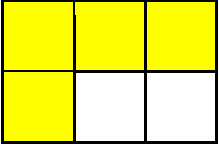
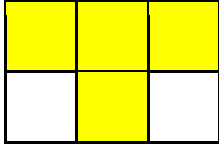
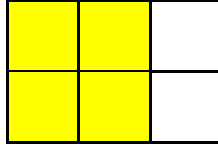
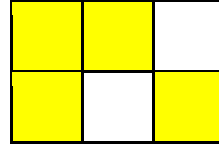
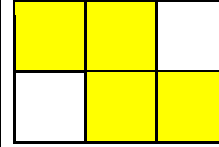

如果是這張圖，我們就會按 5 號格，因為可以一次讓四個格子變暗。

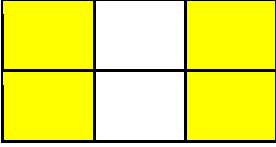
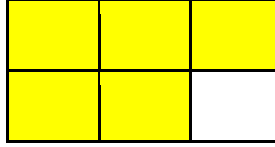
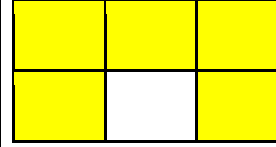
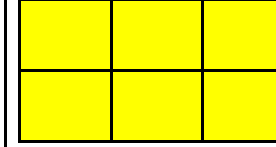
三、2x3 Lights out

*	*	*	0 236
			

*	*	*	0 14	*
				

0 1	0 125	0 45	*	*
				

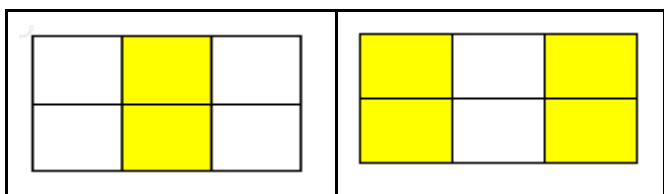
*	0 2	*	*	*
				

0 25	*	*	0 34
			

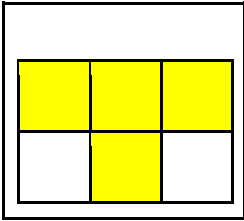
結果：

1. 我們發現 2x3 有解的圖形都能找到對照的另一張圖。

例如：



2. 我們一開始是先將一眼可以看出解的解開來，例如：



後來我們發現有一個解題策略，只要先從左上角判斷是否需要按，就可以依序解出答案。

3. 我們發現 2x3 並沒有全部有解。

四、2x4 Lights out

0 2347	0 12468	0 13678	0 125

0 1467	0 2468	0 35678	0 12458

0 3456	0 235678	0 15	0 234567

0 4568	0 278	0 1	0 123457

0 56	0 12358	0 1235678	0 1468

0 68	0 167	0 12785	0 16

0 347	0 123458	0 3457	0 2

0 13467	0 2478	0 236	0 4567

0 1235	0 568	0 124568	0 3578

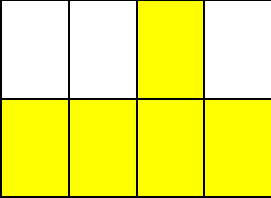
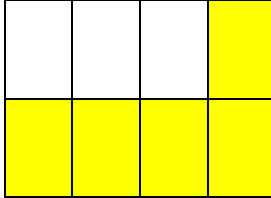
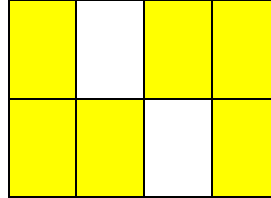
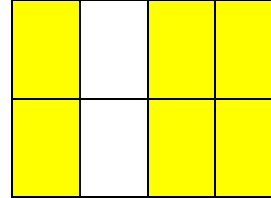
0 12567	0 248	0 1346	0 27

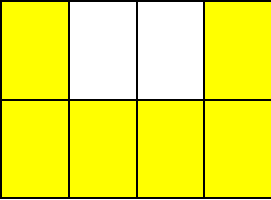
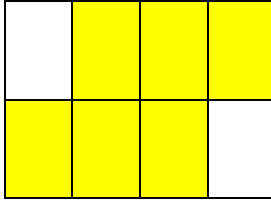
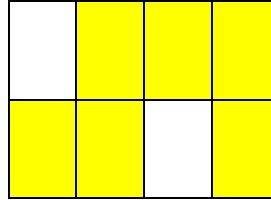
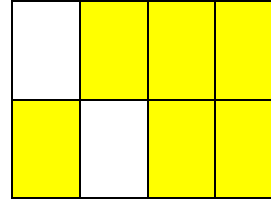
0 26	0 138	0 124578	0 23

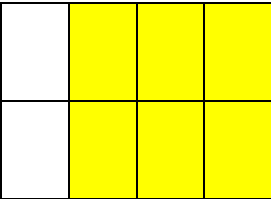
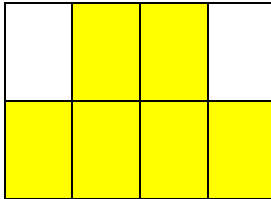
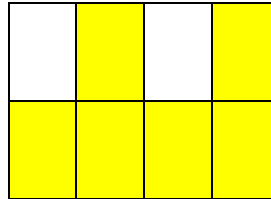
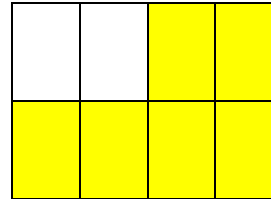
0 1458	0 246	0 1237	0 13568

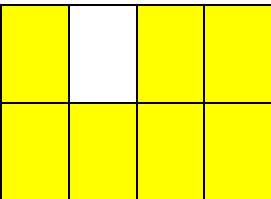
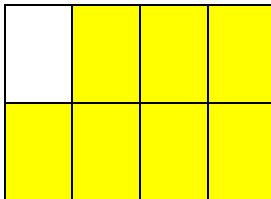
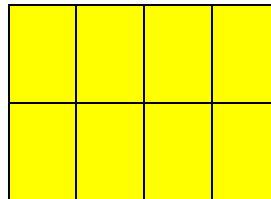
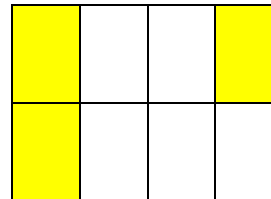
0 123	0 68	0 123478	0 158

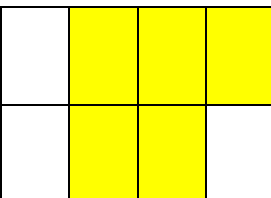
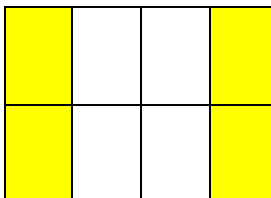
0 15678	0 2357	0 1456	0 12367

0 368	0 234578	0 45	0 123567
			

0 58	0 2457	0 1345678	0 258
			

0 3478	0 1234	0 13567	0 128
			

0 13478	0 46	0 2367	0 1348
			

0 234568	0 12345678
	

結果：

1. 我們發現 2×4 的全都有解。
2. 我們按照 2×4 窮舉出來的 Lights out 將所有可能的按法按了一遍，發現大多數都有解。
3. 接著我們在使用在解 2×3 時發現的策略，將剩下的全部解完。

研究二：解題策略

我們在打 2×3 和 2×4 的時候發現了一個解題策略，但是這個策略不是每個圖板都適合使用，像是 3×3 就不可使用，因為會影響的格子太多。

策略：我們由 2×4 來舉例，並將其每個格子命名編號。

1	2	3	4
5	6	7	8

第一步： 由 1 號格判斷會影響到它的格子有三格(1. 2. 5)。	第二步： 若 1 號格為亮，則影響的三格必只能按一格或三格皆按；若 1 號格為暗則三格都不能按或只能按兩格。	第三步： 從中選擇一種情況，接著看 4 號格，此時會影響他的剩 5 號格一格，若 4 號格為暗，則 5 號格必定不能按；若 4 號格為亮 5 號格必定要按。	第四步： 依上述方式依序判斷 2、5、3 格如此便能得知是否能解，若無解則將使 1 號格變暗的其他情況都嘗試一次，便能得知解答。
---------------------------------------	---	---	---

這個策略能夠確認所有 $2 \times n$ 的圖板的解，但若要延伸到 $3 \times n$ 或更大的圖板，則會因為影響的格子太多而不適合使用。

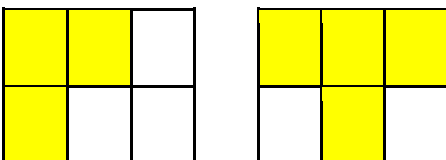
研究三：製作題目小書

一、難度分類

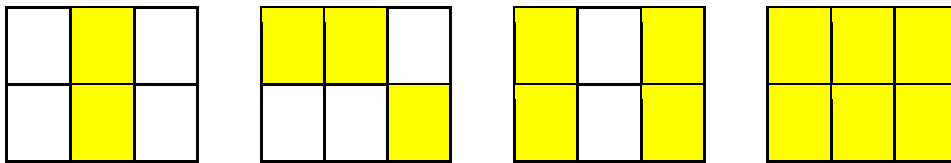
我們依照解題成功需要按的次數來做區分， 2×3 按 1 次為簡單，按 2 次為中等，按 3 次為困難； 2×4 按 1. 2. 3 次為簡單，按 4. 5 次為中等，按 6. 7. 8 次為困難，以下是我們的分類

2×3 ：

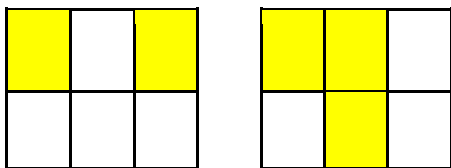
按一次：



按兩次：

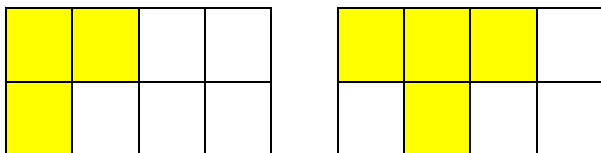


按三次：

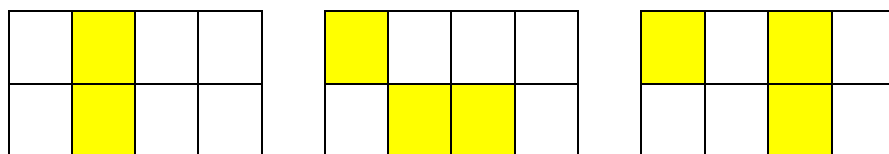
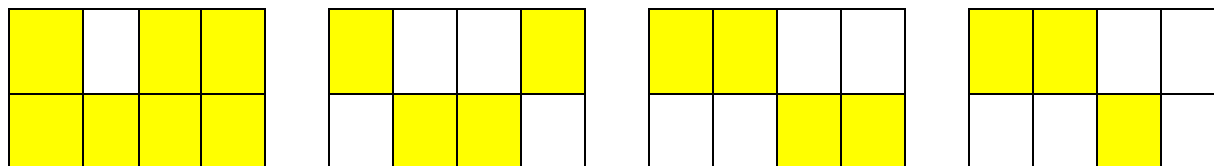
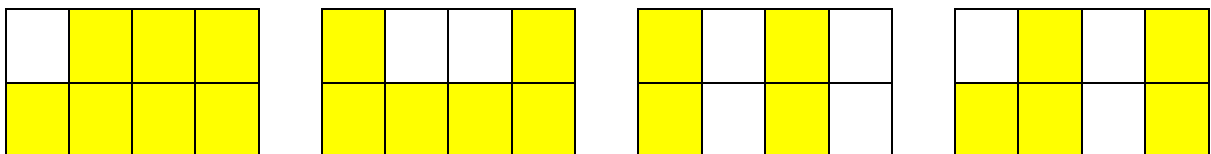


2x4：

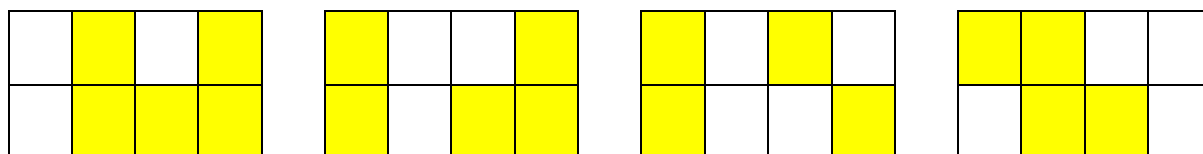
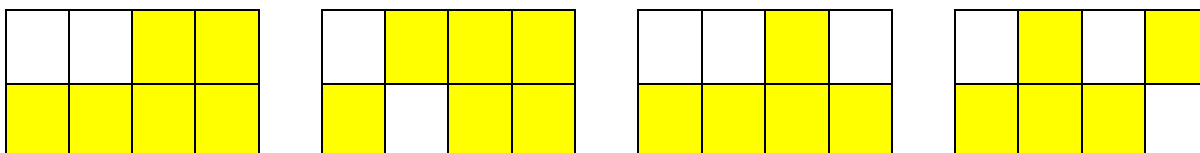
按一次：



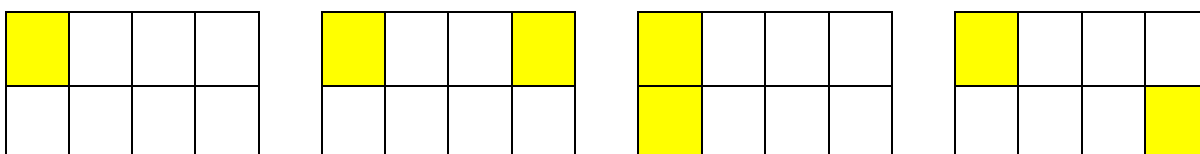
按兩次：

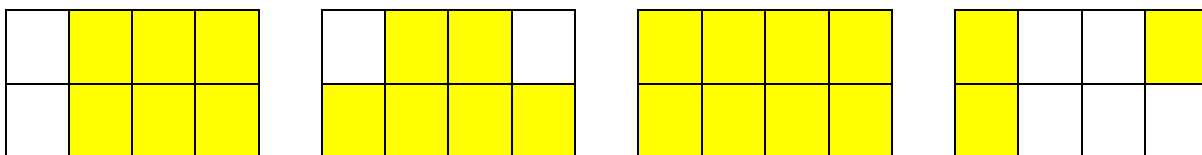
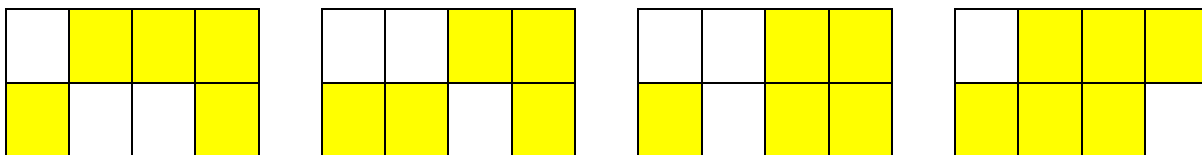
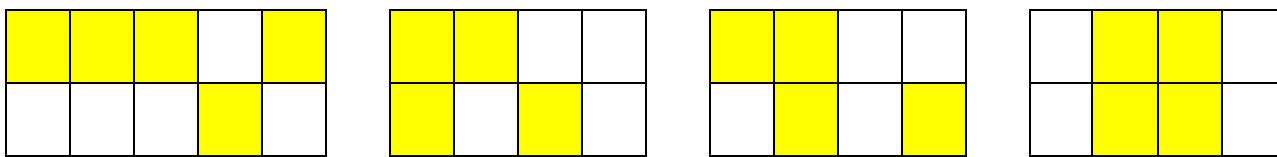
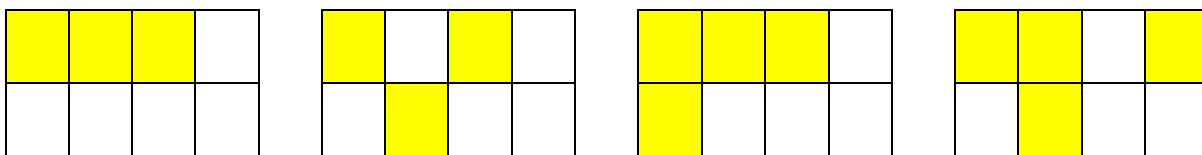


按三次：

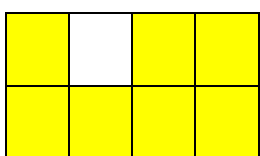
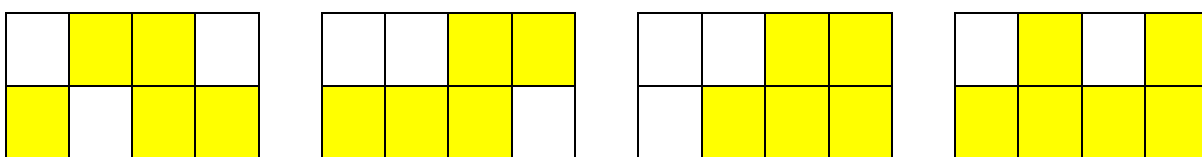
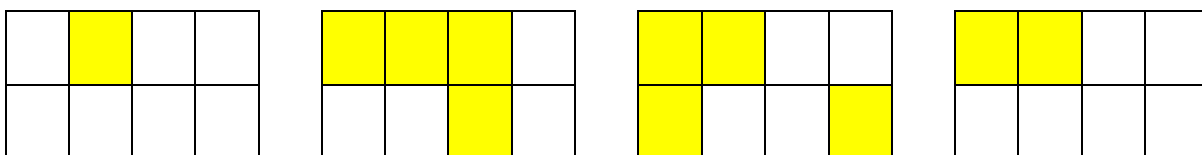
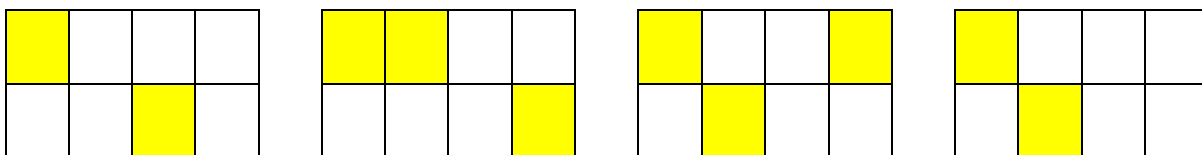


按四次：

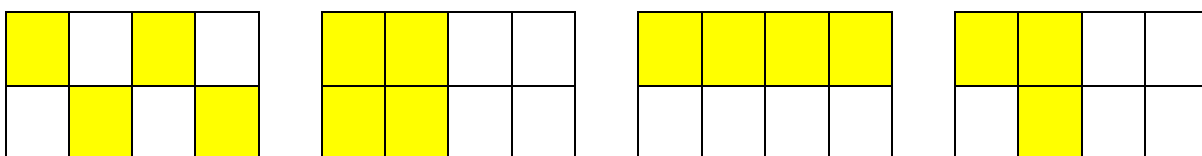
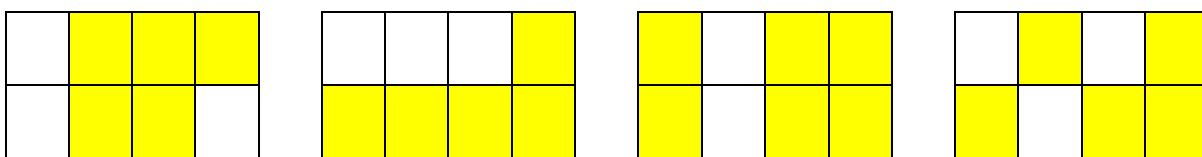


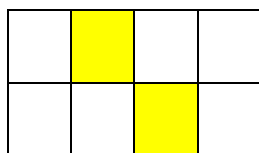
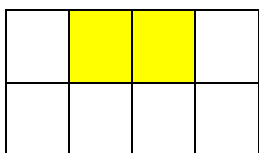


按五次：

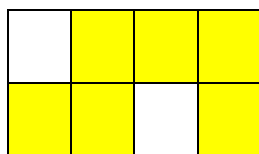
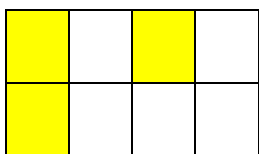


按六次：

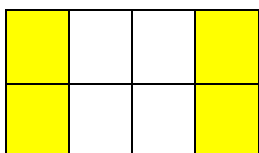




按七次：



按八次：

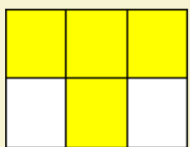
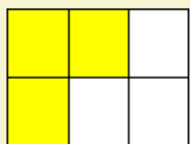


二、製作小書

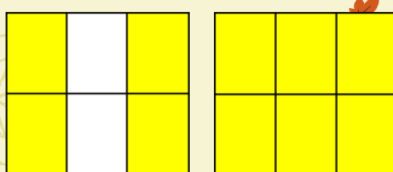
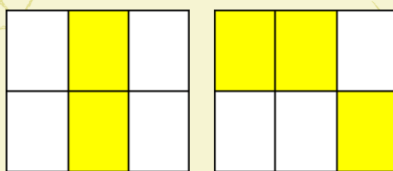
1. 我們按照分類做出題目本，依照按的次數來做難易度區分，遊戲介紹及規則都在小書內，以下是我們的小書。



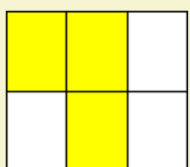
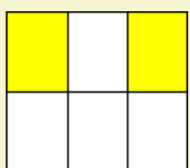
2x3 簡單



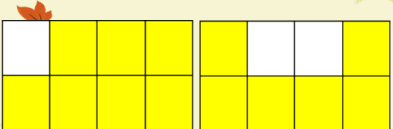
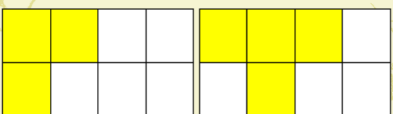
2x3 中等



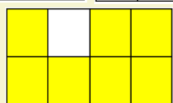
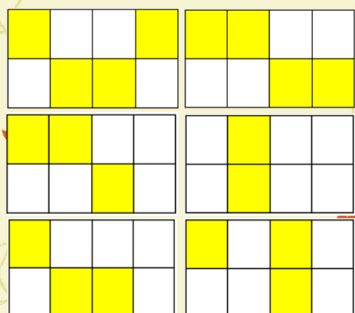
2x3 困難



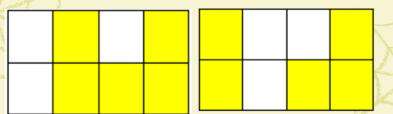
2x4 簡單



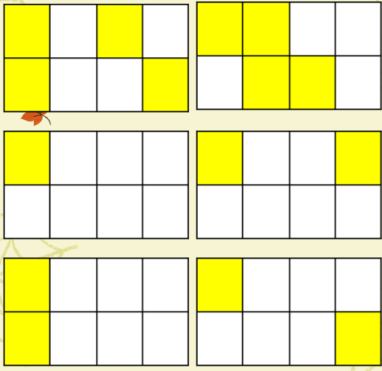
2x4 簡單



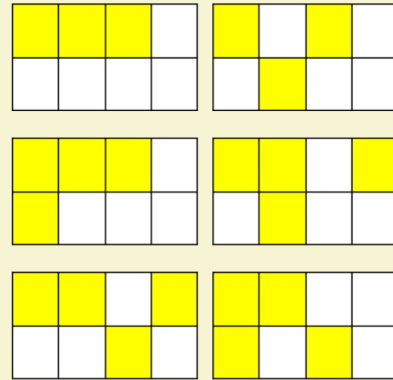
2x4 中等



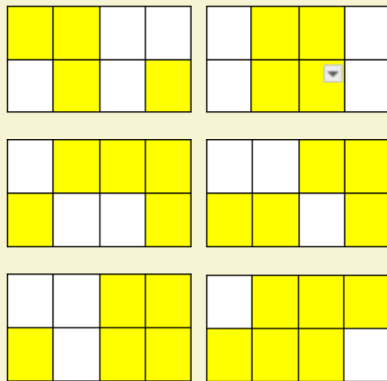
2x4中等



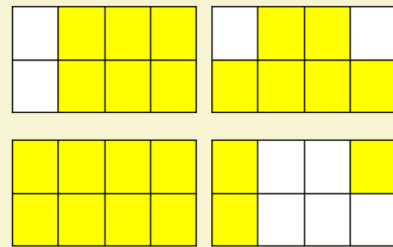
2x4中等



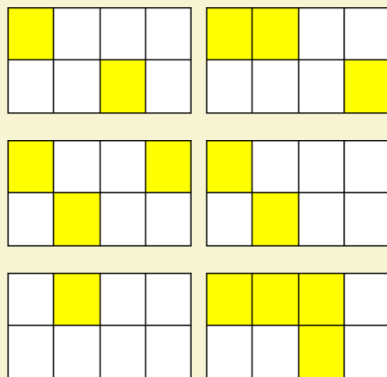
2x4中等



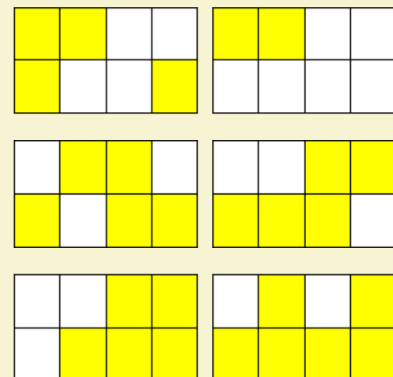
2x4中等

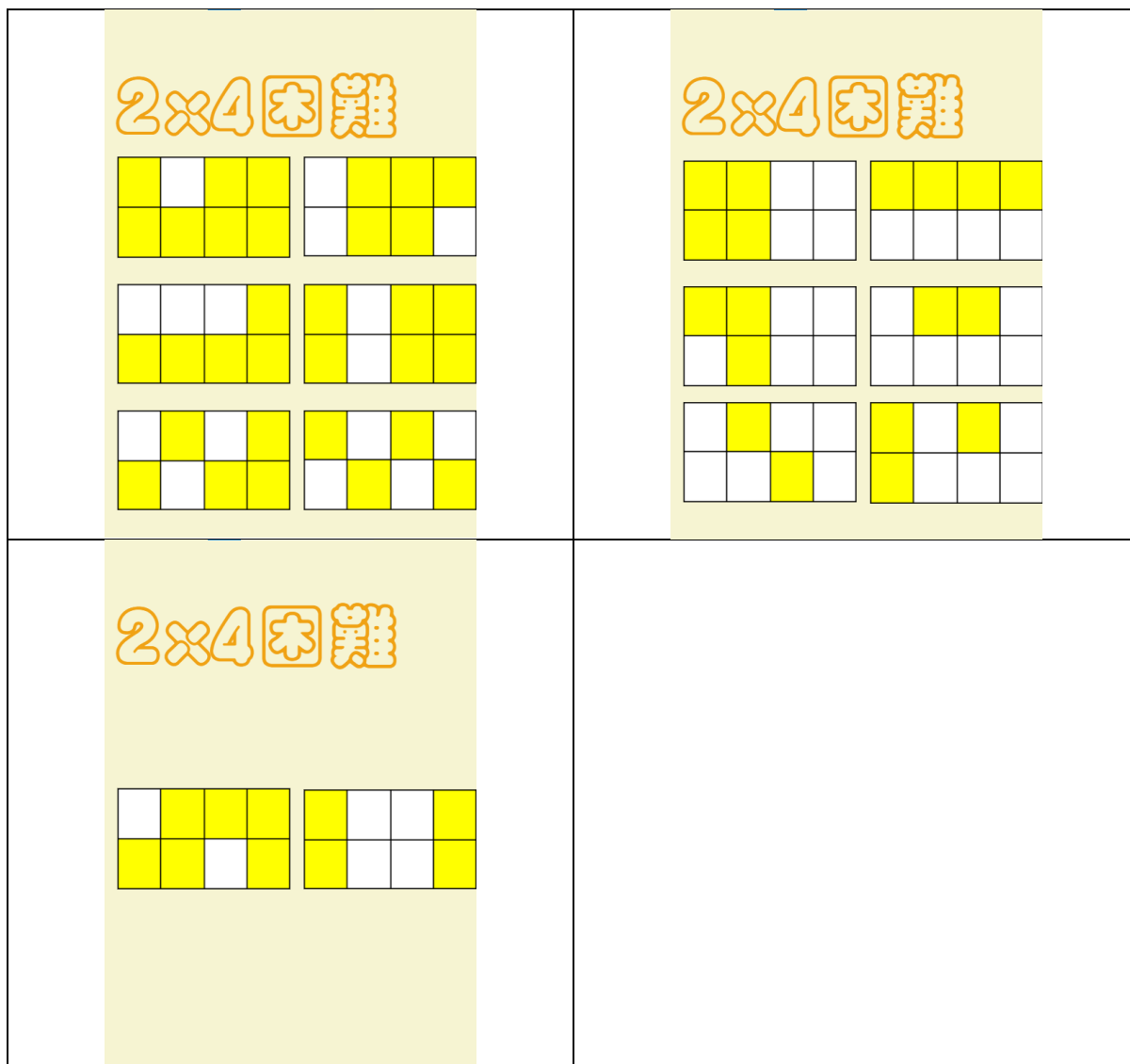


2x4困難



2x4困難





第五章 研究結論與建議

- 一、我們發現 2x2 和 2x4 的圖板全部有解，2x3 和 3x3 的圖板則是有些有解有些無解。
- 二、2x2、2x4、2x3 和 3x3 的圖板都有一些是一眼就能看出來的，但若要確實解題，則要運用我們發現的策略，可以將 2x2、2x3、2x4 的圖板成功解題，但 3x3 使用該策略時雖然也有效，但有太多會影響的格子，因此效果並不佳。
- 三、我們推論是 2x(偶數)的全都有解，但是 2x(奇數)的就一定會有沒有解的，而且好像有規律，例如對稱的情況，只是我們目前還沒找到。
- 四、我們這次小書的難易度分類是按照按的次數來分類，但是我們還不確定這樣適不適合，未來的研究延伸可以去探討怎麼分類比較適合。

第陸章、研究心得

我們一開始也只是覺得這個遊戲很好玩，但經過研究我們發現，只是一個小小的遊戲也可以延伸出那麼多方法，還有玩法，我們的這個研究對於遊戲愛好者一定是個不錯的選擇，而且我們在研究中，也發現了很多種找出解答的方法，這個研究真的很有意義，但是這個主題沒有很多人做，希望未來會有更多人做這個研究，也可抵找到更好用的方法。

第柒章、參考資料

1. 宋惟學、黃蕙寧、陳竹軒、吳芳慈（2003）。輕鬆解有趣的益智遊戲「點燈」。
2. 黃瑋筑(2013)。填滿方格。
3. 林有鈿(2011)。關燈遊戲。